

## Про одну неелементарну функцію типу інтеграла Доусона

Гой Т.П., доц.; Заторський Р.А., проф.

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
м. Івано-Франківськ

Нехай  $n^{\bar{m}}, n^m$  ( $n, m \in \mathbf{N} \cup \{0\}$ ) – відповідно зростаючі та спадні факторіальні степені:

$$n^{\bar{m}} = n(n+1) \cdot \dots \cdot (n+m-1), \quad n^m = n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1).$$

За аналогією з відомим степеневим розвиненням  $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} x^n/n!$ , в якому факторіали можна розглядати як спадні факторіальні степені ( $n! = n^{\bar{n}}$ ), у [1] досліджена функція дійсної змінної, побудована при допомозі зростаючих факторіальних степенів:  $\text{Exp}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n/n^{\bar{n}}$ .

Замінивши тепер в інтегралі Доусона  $F(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$  показникову функцію на функцію  $\text{Exp}(x)$ , одержуємо нову неелементарну функцію

$$D(x) = \left( \text{Exp}(x^2) \right)^{-1} \int_0^x \text{Exp}(t^2) dt.$$

**Теорема 1.** Для всіх  $x \in \mathbf{R}$  справджуються рівність

$$D(x) = \frac{2\sqrt{\pi}e^{x^2/4}\Phi(x/2) - x}{1 + \sqrt{\pi}xe^{x^2/4}\Phi(x/2)},$$

де  $\Phi(p) = \text{erf } x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  – функція ймовірностей.

**Теорема 2.** Функція  $D(x)$  є розв'язком задачі Коші

$$2(x^2 + 2)y' = (x^2 - 2)y^2 - x(x^2 + 6)y + 2(x^2 + 2), \quad y(0) = 0.$$

1. Т.П. Гой, Р.А. Заторський, *Буковинський мат. журн.* **1**, 1-2 (2013).